



Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМЕНИ В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИПУ РАН)



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИПУ РАН, академик РАН

Д.А. Новиков

«27» ноября 2023 г.

ПРОГРАММА
вступительного испытания
по специальной дисциплине
для поступающих на обучение по программам подготовки
научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Научная специальность
1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»
по техническим наукам

Программа вступительного испытания по специальной дисциплине для поступающих на обучение по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, утвержденной приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24 февраля 2021 г. № 118.

Программа вступительного испытания разработана рабочей группой в составе:

д-р техн. наук, чл.-корр. РАН Галяев А.А.,
канд. физ.-мат. наук Исаков А.Б.,
д-р техн. наук, проф. Краснова С.А.,
д-р физ.-мат. наук Лычагин В.В.

Руководитель
рабочей группы
д-р техн. наук

Л.Ю. Филимонюк

Программа вступительного испытания обсуждена и утверждена на заседании Ученого совета ИПУ РАН протокол № 15 от 27 ноября 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--------------------------------------|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 4 |
| СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ..... | 7 |
| ТЕМАТИЧЕСКИЕ РАЗДЕЛЫ..... | 8 |
| 1. Математическое моделирование..... | 8 |
| 2. Численные методы..... | 11 |
| 3. Вычислительные эксперименты..... | 15 |
| СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ..... | 19 |

ВВЕДЕНИЕ

Программа вступительного испытания по специальной дисциплине сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам бакалавриата, специалитета и магистратуры для направлений подготовки из следующих укрупненных групп:

- 01.00.00 Математика и механика;
- 02.00.00 Компьютерные и информационные науки;
- 03.00.00 Физика и астрономия;
- 09.00.00 Информатика и вычислительная техника;
- 24.00.00 Авиационная и ракетно-космическая техника;
- 27.00.00 Управление в технических системах.

Целью вступительного испытания является оценка уровня освоения поступающими компетенций, необходимых для обучения по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Наименование отрасли науки, по которой присуждаются ученые степени: физико-математические, технические. Область науки: 1. Естественные науки. Группа научных специальностей: 1.2. Компьютерные науки и информатика. Освоение программы направлено на формирование необходимого набора знаний, умений и навыков у соискателей степени кандидата наук, выполняющих исследования по указанным ниже направлениям¹.

1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (физико-математические науки).

2. Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий.

3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

¹ Заимствовано из паспорта научной специальности 1.2.2

4. Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели.

5. Разработка новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента или на основе анализа математических моделей.

6. Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования, алгоритмов и методов имитационного моделирования на основе анализа математических моделей (технические науки).

7. Качественные или аналитические методы исследования математических моделей (технические науки).

8. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

9. Постановка и проведение численных экспериментов, статистический анализ их результатов, в том числе с применением современных компьютерных технологий (технические науки).

Поступающие должны продемонстрировать знание следующих дисциплин:

- линейная алгебра;
- математический анализ;
- дифференциальные уравнения;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- случайные процессы;
- методы оптимизации;
- математическое программирование;
- численные методы и алгоритмы;
- моделирование систем;
- вычислительные эксперименты;
- компьютерные технологии;
- программная инженерия.

В основу вступительного испытания положены отдельные темы указанных дисциплин, составляющие базу для дальнейшего обучения и выполнения исследований. Темы сгруппированы в 3 раздела:

- 1) математическое моделирование (18 контрольных вопросов);
- 2) численные методы (22 контрольных вопроса);
- 3) вычислительные эксперименты (20 контрольных вопросов).

Экзаменационный билет включает 3 вопроса из разных разделов. Члены экзаменационной комиссии вправе задавать дополнительные вопросы.

Перед началом подготовки к вступительному испытанию по специальной дисциплине поступающим рекомендуется актуализировать базовые знания полных курсов линейной алгебры [8], математического анализа [12, 13, 16], теории вероятностей и математической статистики [6, 17].

СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ

| Раздел | Темы | Литература |
|---------------------------------|---|-----------------------|
| 1. Математическое моделирование | Тема 1.1. Базовые понятия моделирования и модели | [1, 3, 18] |
| | Тема 1.2. Моделирование в условиях стохастической неопределенности | [1, 3, 4, 15, 17, 18] |
| | Тема 1.3. Имитационное моделирование | [1, 3, 4, 17, 18] |
| 2. Численные методы | Тема 2.1. Численные методы алгебры | [5, 8, 9, 10] |
| | Тема 2.2. Численные методы оптимизации | [2, 5, 8, 9] |
| | Тема 2.3. Приближение функций. Численные дифференцирование и интегрирование | [5, 9, 10] |
| | Тема 2.4. Численное решение дифференциальных уравнений | [5, 9, 10, 16] |
| 3. Вычислительные эксперименты | Тема 3.1. Планирование вычислительных экспериментов | [1, 18] |
| | Тема 3.2. Методы верификации и тестирования программ и систем | [7, 14] |
| | Тема 3.3. Методы обработки результатов экспериментов | [1, 5, 6, 11] |

ТЕМАТИЧЕСКИЕ РАЗДЕЛЫ

1. Математическое моделирование

ТЕМА 1.1. Базовые понятия моделирования и модели. Принципы системного подхода к моделированию и построению моделей. Цели моделирования. Виды математического моделирования. Классификация математических моделей. Требования, предъявляемые к математическим моделям. Этапы моделирования. Проверка адекватности модели [1, с. 11–32; 3, с. 11–90; 18, с. 20–44, с. 84–94].

Контрольные вопросы к теме 1.1

1. Перечислите и охарактеризуйте виды математического моделирования. Поясните, в чем заключается принципиальное различие аналитических и имитационных моделей.

2. Перечислите основные признаки классификации математических моделей. Приведите классификацию математических моделей по каждому признаку. Приведите примеры объектов и возможных их моделей из своей предметной области.

3. Перечислите и поясните основные требования, предъявляемые к математическим моделям. Приведите примеры объектов и возможных их моделей из своей предметной области.

4. Перечислите основные этапы моделирования и дайте их краткую характеристику.

5. Опишите проблему проверки адекватности модели моделируемому объекту. Приведите примеры объектов и возможных их моделей из своей предметной области.

ТЕМА 1.2. Моделирование в условиях стохастической неопределенности. Причины появления неопределенностей при математическом моделировании и их виды. Статистическое моделирование, генератор последовательности псевдослучайных чисел. Случайные процессы: определение, функция распределения вероятностей, математическое ожидание, ковариационная матрица и ковариационная функция. Характеристики основных типов случайных процессов: стационарного, нормаль-

ного, винеровского, марковского, пуассоновского. Моделирование марковских случайных процессов с дискретным состоянием. Граф состояний. Цепи Маркова. Матричное уравнение Колмогорова для вероятностей состояния. Процесс гибели – размножения, циклический процесс [1, с. 70–99, 3, с. 181–188, с. 205–241; 4, с. 26–62, с. 163–186; 15, с. 11–48, с. 83–96, с. 247–264; 18, с. 108–143].

Контрольные вопросы к теме 1.2

1. Укажите наиболее значимые причины появления неопределенностей при математическом моделировании. Перечислите основные виды неопределенностей и математические формы их описания.

2. Перечислите способы генерации последовательностей случайных чисел. Укажите их достоинства и недостатки. Формализуйте процесс генерации последовательности равномерно распределенных случайных чисел. Объясните, почему эти последовательности называются псевдослучайными.

3. Дайте определения случайного процесса, функции распределения вероятностей, математического ожидания, ковариационной матрицы и функции. Укажите связь между дисперсией и ковариационной матрицей.

4. Дайте краткие характеристики стационарного, нормального, винеровского и пуассоновского случайных процессов. Укажите общие свойства двух последних процессов.

5. Дайте определения марковского процесса с дискретным состоянием и цепи Маркова. Укажите их принципиальное отличие. Сформулируйте задачу Коши для матричного уравнения Колмогорова и ее решение с использованием матричной экспоненты.

6. Для однородного процесса гибели – размножения и однородного циклического процесса приведите графы состояний и матрицы плотностей вероятностей перехода из одного состояния в другое. Приведите примеры.

ТЕМА 1.3. Математические схемы имитационного моделирования. Особенности имитационных моделей и этапы

построения имитатора. Математические схемы моделирования систем. Детерминированные и вероятностные конечные автоматы (Мили и Мура): способы задания; принципы работы; возможные приложения. Клеточные автоматы. Имитатор системы массового обслуживания (СМО). Вероятностные характеристики простейшего входного потока, времени ожидания и времени обслуживания. Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания. Стационарный режим функционирования СМО. Особенности СМО с ожиданием, с отказами, с ограниченной длиной очереди. Сетевые модели. Сети Петри: формальное описание, графическое изображение и возможные приложения [1, с. 36–70, с. 120–128; 3, с. 369–399; 4, с. 191–223; 18, с. 45–83].

Контрольные вопросы к теме 1.3

1. Раскройте принцип и укажите основные достоинства и недостатки имитационного моделирования. Перечислите основные этапы построения имитатора и дайте их краткую характеристику.

2. Дайте краткую характеристику и укажите возможные приложения математических схем моделирования систем: *D*-схемы, *F*-схемы, *P*-схемы, *Q*-схемы, *N*-схемы, *A*-схемы.

3. Опишите способы задания, принципы работы и возможные приложения детерминированных и вероятностных конечных автоматов Мили и Мура.

4. Изобразите структуру системы массового обслуживания и опишите ее основные элементы. Приведите вероятностные характеристики простейшего входного потока, времени ожидания и обслуживания.

5. Укажите, при каких допущениях процессы массового обслуживания являются марковскими случайными процессами. Изложите основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания.

6. Приведите математическую модель стационарного режима функционирования системы массового обслуживания (СМО) и формализуйте ее основные характеристики. Укажите особенности СМО с ожиданием и с отказами.

7. Укажите возможные приложения сетевых моделей. Приведите формальное описание сети Петри в виде кортежа и опишите его элементы. Дайте графическое изображение.

2. Численные методы

ТЕМА 2.1. Численные методы алгебры. Метод исключения Гаусса для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), вычислений определителя и обратной матрицы. Итерационные методы решения СЛАУ. Плохо обусловленные системы. Решение нелинейных уравнений: метод половинного деления, метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод парабол. Численные методы решения системы нелинейных уравнений [5, с. 143–175; 9, с. 7–48; 10, с. 250–290].

Контрольные вопросы к теме 2.1

1. Опишите метод исключения Гаусса для решения системы линейных алгебраических уравнений. Укажите, какое количество арифметических операций требует прямой ход данного метода. Поясните, как метод Гаусса используется для вычислений определителя и обратной матрицы.

2. Перечислите этапы итерационных методов решения СЛАУ. Формализуйте метод простой итерации решения СЛАУ, сформулируйте достаточное условие его сходимости, дайте оценку погрешности решения. Укажите, какие преимущества дает метод Зейделя.

3. Перечислите основные методы численного решения нелинейных уравнений. Формализуйте метод простой итерации и достаточное условие его сходимости. Дайте графические иллюстрации сходящихся и расходящихся итерационных процессов.

4. Опишите принципы и дайте сравнительные характеристики методов Ньютона, секущих и парабол для отыскания корней нелинейного уравнения.

ТЕМА 2.2. Численные методы оптимизации. Численные методы отскания безусловного экстремума функции одной переменной: метод золотого сечения, метод парабол. Численные методы отыскания безусловного экстремума функции многих переменных. Градиентные методы (наискорейшего спуска, покоординатного спуска), скорости их сходимости. Условный экстремум функции n переменных с m уравнениями связи: метод множителей Лагранжа, седловые точки функции Лагранжа, теорема Куна – Таккера. Методы условной минимизации: штрафных функций, проекции градиента, условного градиента [2, с. 32–61, с. 140–173, с. 186–222; 5, с. 221–253; 8, с. 267–289; 9, с. 57–70]. Линейное программирование: основные определения, графическая интерпретация, базис, угловые точки. Вырожденность/невырожденность задачи линейного программирования. Основные принципы симплекс-метода [2, с. 81–111; 8, с. 343–370].

Контрольные вопросы к теме 2.2

1. Опишите алгоритмы поиска минимума функции одной переменной методом золотого сечения и методом парабол. Дайте их сравнительную характеристику.

2. Опишите основные этапы градиентного метода и принципа выбора шага для наискорейшего спуска. Для сильно выпуклых функций приведите оценку скорости сходимости к точке минимума.

3. Дайте определение и геометрическую интерпретацию условного экстремума функции двух переменных. Опишите метод множителей Лагранжа для исследования на условный экстремум функции n переменных с m уравнениями связи.

4. Дайте определения выпуклой функции и выпуклого множества. Сформулируйте постановку задачи выпуклого программирования. Дайте определение седловой точки функции Лагранжа. Сформулируйте теорему Куна – Таккера и дайте ее геометрическую интерпретацию.

5. Опишите основные принципы методов условного градиента и проекции градиента. Сравните преимущества и недостат-

ки их использования для решения задач с линейными ограничениями.

6. Сформулируйте задачу линейного программирования в общей, канонической и стандартной формах. Дайте ее геометрическую интерпретацию. Дайте определение угловых точек, поясните их фундаментальную роль в решении задач линейного программирования.

7. Опишите основные этапы симплекс-метода при решении задачи линейного программирования. Оцените его вычислительную эффективность и укажите способы ее повышения. Поясните принцип составления симплекс-таблицы.

ТЕМА 2.3. Приближение функций. Численные дифференцирование и интегрирование. Методы построения приближающих функций. Метод линейной интерполяции, погрешность и сходимости, интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Метод сплайн-интерполяции. Многомерная интерполяция. Среднеквадратичное приближение периодической функции тригонометрическим рядом Фурье. Суммирование рядов Фурье, способы регуляризации. Приближение методом наименьших квадратов. Формулы численного дифференцирования: дифференцирование интерполяционного многочлена Ньютона, применение ряда Тейлора. Формулы численного интегрирования: прямоугольника, трапеций, Симпсона [5, с. 31–114; 9, с. 71–103; 10, с. 76–83, с. 86–116].

Контрольные вопросы к теме 2.3

1. Перечислите и раскройте принципы основных методов построения приближающих функций. Дайте рекомендации по их использованию. Формализуйте метод линейной интерполяции. Перечислите основные способы уменьшения ошибок интерполяции.

2. Приведите интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Перечислите основные достоинства и недостатки этих форм записей.

3. Поясните, в каких случаях приближающую функцию ищут по методу наименьших квадратов. Запишите нормальную систему метода наименьших квадратов.

4. Приведите приближенные формулы для вычисления первой и второй производных на основе интерполяционных многочленов Ньютона первой и второй степени. Дайте геометрическую иллюстрацию и оцените погрешность формул. Приведите формулы численного дифференцирования для сетки с равноотстоящими узлами.

5. Дайте графические иллюстрации и приведите формулы прямоугольника, трапеций и Симпсона для численного интегрирования. Укажите их достоинства и недостатки. Дайте оценки погрешности методов и укажите способы ее уменьшения.

ТЕМА 2.4. Численное решение дифференциальных уравнений. Метод конечных разностей. Порядок точности разностной схемы. Метод Эйлера. Метод Рунге–Кутты. Многошаговый метод Адамса. Постановки и методы численного решения краевых задач: метод стрельбы, разностный метод [5, с. 269–319; 9, с. 125–147; 10, с. 363–379]. Применение степенных рядов для приближенного вычисления значений функции, определенных интегралов и решения дифференциальных уравнений [16, с. 457–477].

Контрольные вопросы к теме 2.4

1. Перечислите этапы метода конечных разностей и продемонстрируйте их на примере решения задачи Коши для линейного однородного дифференциального уравнения первого порядка. Оцените погрешность численного решения.

2. Приведите базовую формулу Эйлера для численного решения дифференциального уравнения первого порядка. Дайте графическую иллюстрацию и оценку погрешности.

3. Изложите основную идею метода Рунге–Кутты для численного решения дифференциального уравнения. Приведите семейство разностных схем Рунге–Кутты второго порядка точности. Укажите их связь с формулой Эйлера.

4. Опишите общую схему построения многошаговых методов численного решения дифференциальных уравнений. Приведите формулу Адамса на сетке с постоянным шагом и оцените ее погрешность. Укажите достоинства и недостатки метода Адамса по сравнению с методом Рунге–Кутты.

5. На примере дифференциального уравнения второго порядка: приведите постановки краевых задач; формализуйте метод стрельбы и разностный метод их решения.

6. Изложите схему приближенного вычисления значений функции с помощью степенных рядов. На примере дифференциального уравнения второго порядка продемонстрируйте способы последовательного дифференцирования и неопределенных коэффициентов для приближенного решения задачи Коши.

3. Вычислительные эксперименты

ТЕМА 3.1. Планирование вычислительных экспериментов. Компьютерный эксперимент: основные понятия, преимущества и недостатки, абстрактная схема, виды факторов. Цели и задачи планирования экспериментов. Стратегическое планирование эксперимента. Проблемы выбора откликов, факторов и уровней факторов. Полный факторный эксперимент. Формальный подход к сокращению общего числа прогонов (реализаций) модели. Стандартные планы. Тактическое планирование эксперимента. Точность и достоверность результатов моделирования и оценок характеристик случайной величины. Функциональная связь точности и достоверности оценок математического ожидания, дисперсии и вероятностей исходов с числом реализации модели. Правила установки начальных условий и автоматической остановки вычислительного эксперимента [1, с. 131–158; 18, с. 207–239].

Контрольные вопросы к теме 3.1

1. Раскройте понятие компьютерного эксперимента, перечислите его достоинства и недостатки по сравнению с натурным

экспериментом. Укажите цели и задачи планирования экспериментов, виды планирования и их назначение.

2. Перечислите цели и задачи стратегического планирования экспериментов. Приведите абстрактную схему вычислительного эксперимента. Перечислите виды факторов и предъявляемые к ним требования.

3. Опишите проблемы выбора откликов, факторов и уровней факторов при планировании вычислительного эксперимента. Приведите примеры стандартных планов.

4. Раскройте понятие симметричного полного факторного эксперимента (СПФЭ), дайте геометрические интерпретации. Укажите требуемое для СПФЭ число прогонов модели. Формализуйте подход к сокращению общего числа прогонов.

5. Перечислите цели и задачи тактического планирования экспериментов. Дайте определения точности и достоверности оценки характеристики случайной величины. Раскройте функциональную связь точности и достоверности оценок математического ожидания и дисперсии с числом реализации модели.

6. Дайте определения точности и достоверности оценки характеристики случайной величины. Раскройте функциональную связь точности и достоверности оценки вероятностей исходов с числом реализации модели. Являются ли понятия точности и адекватности модели тождественными?

7. Опишите проблему определения начальных условий и их влияния на достижение установившегося результаты при вычислительном эксперименте.

8. Опишите проблему выбора правил автоматической остановки вычислительного эксперимента.

ТЕМА 3.2. Методы верификации и тестирования программ и систем. Верификация и валидация программ. Методы верификации объектно-ориентированных программ. Технологии отладки. Методы тестирования программ: «черный ящик», «белый ящик». Ошибка, дефект и отказ программы. Источники возникновения ошибок на этапах жизненного цикла создания программы. Классификация ошибок и типы отказов. Ортогональная классификация дефектов ИВМ. Признаки классифика-

ции проверочных тестов. Планирование и организация тестирования. Стратегии тестирования сложных программных комплексов [7, с. 167–185; 14, с. 203–284].

Контрольные вопросы по теме 3.2

1. Сформулируйте основные задачи верификации и валидации программ. Детализируйте методы верификации объектно-ориентированных программ.

2. Перечислите и кратко охарактеризуйте методы тестирования программ. Детализируйте цели и принципы тестирования методами «черного ящика» и «белого ящика».

3. Дайте определения ошибки, дефекта и отказа программы по международному стандарту ANSI/IEEE–729–83. Перечислите основные источники возникновения ошибок на различных этапах жизненного цикла создания программы.

4. Перечислите основные типы отказов программ и методы установления причинно-следственных связей «ошибка–отказ». Приведите ортогональную классификацию дефектов IBM. Укажите, в каких категориях обычно выявляется больше всего ошибок в процентном соотношении.

5. Изложите основные стратегии и критерии тестирования программ. Дайте признаки классификации проверочных тестов. Укажите общие и отличительные черты тестов для проверки отдельных элементов системы и интегрированной системы.

ТЕМА 3.3. Методы обработки результатов экспериментов. Характеристики и оценки характеристик случайных величин и процессов. Требования, предъявляемые к оценкам характеристик. Методы получения точечных оценок [1, с. 160–168; 5, с. 548–563; 6, с. 29–39; 11, с. 54–113]. Виды статистических гипотез и общая схема их проверки: статистический критерий; ошибки первого и второго рода; критическая область, критерий Неймана–Пирсона [1, с.168–175; 6, с. 69–76; 11, с. 158–168]. Однофакторный дисперсионный анализ. Выявление несущественных (незначимых) факторов [1, с.175–182; 5, с. 564–570; 6, с. 114–121; 11, с. 340–348]. Основы корреляционного анализа.

Парная корреляция. Обработка результатов эксперимента на основе регрессии [1, с. 182–202; 6, с. 129–150, с. 168–178; 11, с. 240–271, с. 282–325].

Контрольные вопросы к теме 3.3

1. Перечислите основные типы характеристик случайных величин. Для математического ожидания, дисперсии, вероятности события и коэффициента корреляции приведите несмещенные, состоятельные и эффективные оценки и их средние квадратические отклонения. Дайте сравнительную характеристику методов получения точечных оценок.

2. Дайте определения статистической гипотезы, ошибок первого и второго рода при проверке гипотез, уровня значимости и мощности статистического критерия. Приведите общую схему проверки статистических гипотез.

3. Формализуйте основные принципы проверки статистических гипотез. Сформулируйте правила выбора критической области и дайте графическую иллюстрацию для выборочной характеристики с нормальным законом распределения. Сформулируйте критерий Неймана–Пирсона.

4. Запишите однофакторную дисперсионную модель и охарактеризуйте ее составляющие. Формализуйте схему однофакторного дисперсионного анализа. Формализуйте методику выявления несущественных (незначимых) факторов.

5. Дайте определение корреляционной зависимости между двумя переменными. Сформулируйте основные задачи корреляционного анализа. Запишите формулы коэффициента корреляции и его оценки. Перечислите свойства коэффициента корреляции, дайте графические иллюстрации.

6. Сформулируйте основные задачи регрессионного анализа. Запишите линейную парную регрессионную модель и охарактеризуйте ее составляющие. Перечислите основные этапы регрессионного анализа.

7. Формализуйте основные принципы регрессионного анализа. Поясните механизм проверки значимости коэффициентов регрессии. Перечислите возможные результаты анализа адекватности уравнения регрессии исследуемому процессу.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Боев В.Д. Имитационное моделирование систем: учебное пособие для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 253 с.
2. Васильев Ф.П., Потапов М.М., Будак Б.А., Артемьева Л.А. Методы оптимизации: учебник и практикум для вузов / Под редакцией Ф.П. Васильева. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 375 с.
3. Введение в математическое моделирование: Учеб. Пособие / Под ред. Трусова П.В. – М.: Логос. 2005. – 440 с.
4. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы: учебник для вузов / Под. ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 447 с.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы: учеб. Пособие. – 2-е изд., исправленное. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
6. Кремер Н.Ш. Математическая статистика: учебник и практикум для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 259 с.
7. Лаврищева Е.М., Петрухин В.А. Методы и средства инженерии программного обеспечения: Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2007. – 415 с.
8. Малугин В.А., Рощина Я.А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач: для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 478 с.
9. Численные методы: учебник и практикум для вузов / под редакцией У.Г. Пирумова. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 421 с.

Дополнительная литература

10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – 9-е изд., электрон. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 636 с.
11. Горяинов В.Б., Павлов И.В., Цветкова Г.М., Тескин О.И. Математическая статистика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 424 с.

12. Краснова С.А., Уткин В.А. Математический анализ для экономистов в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для прикладного бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 298 с.

13. Краснова С.А., Уткин В.А. Математический анализ для экономистов в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для прикладного бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 315 с.

14. Липаев В.В. Проектирование и производство сложных заказных программных продуктов. – М.: СИНТЕГ, 2011. – 400 с.

15. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах: учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

16. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 10-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 608 с.

17. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. – 4-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с.

18. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 343 с.